Asserzioni e invarianti

Moreno Marzolla
Dipartimento di Informatica—Scienza e Ingegneria (DISI)
Università di Bologna
https://www.moreno.marzolla.name/

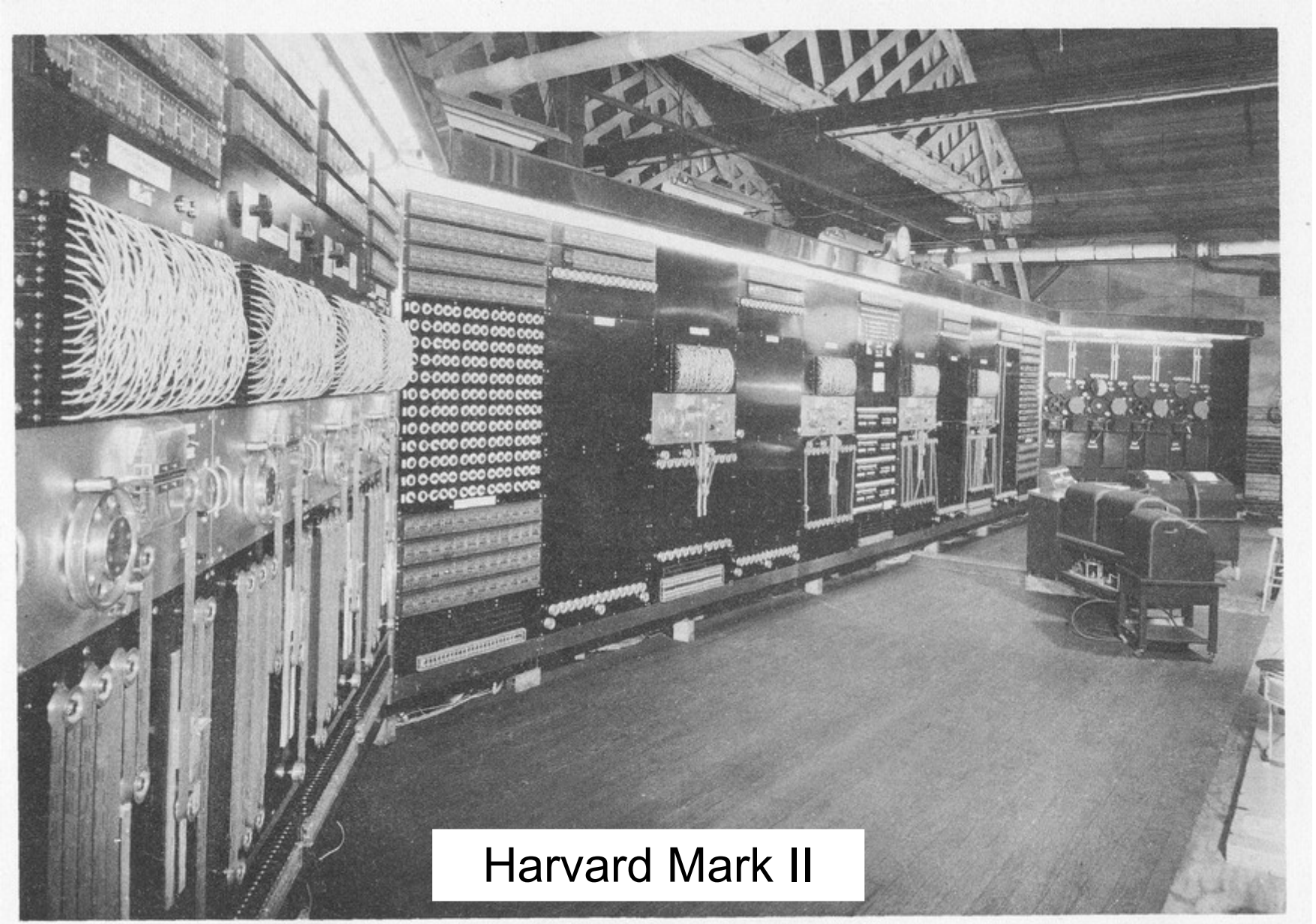
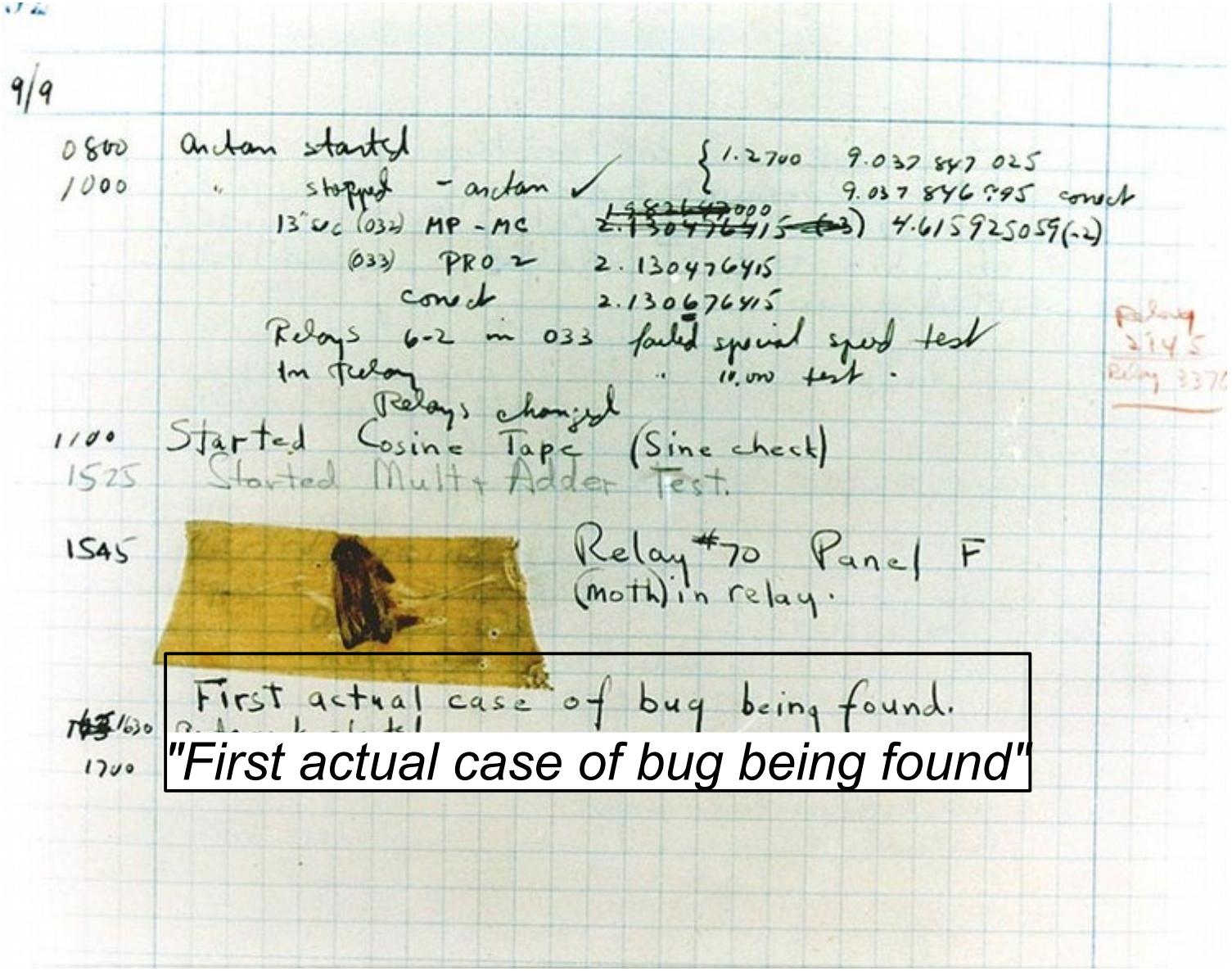


Plate I Main Control Board and Wings

http://www.cbi.umn.edu/hostedpublications/Tomash/Images%20web%20site/Image%20files/H%20Images/pages/Harvard.Vol%2024.1949.view%20of%20Mark%20II.htm

Il primo "bug" software

9 settembre 1947

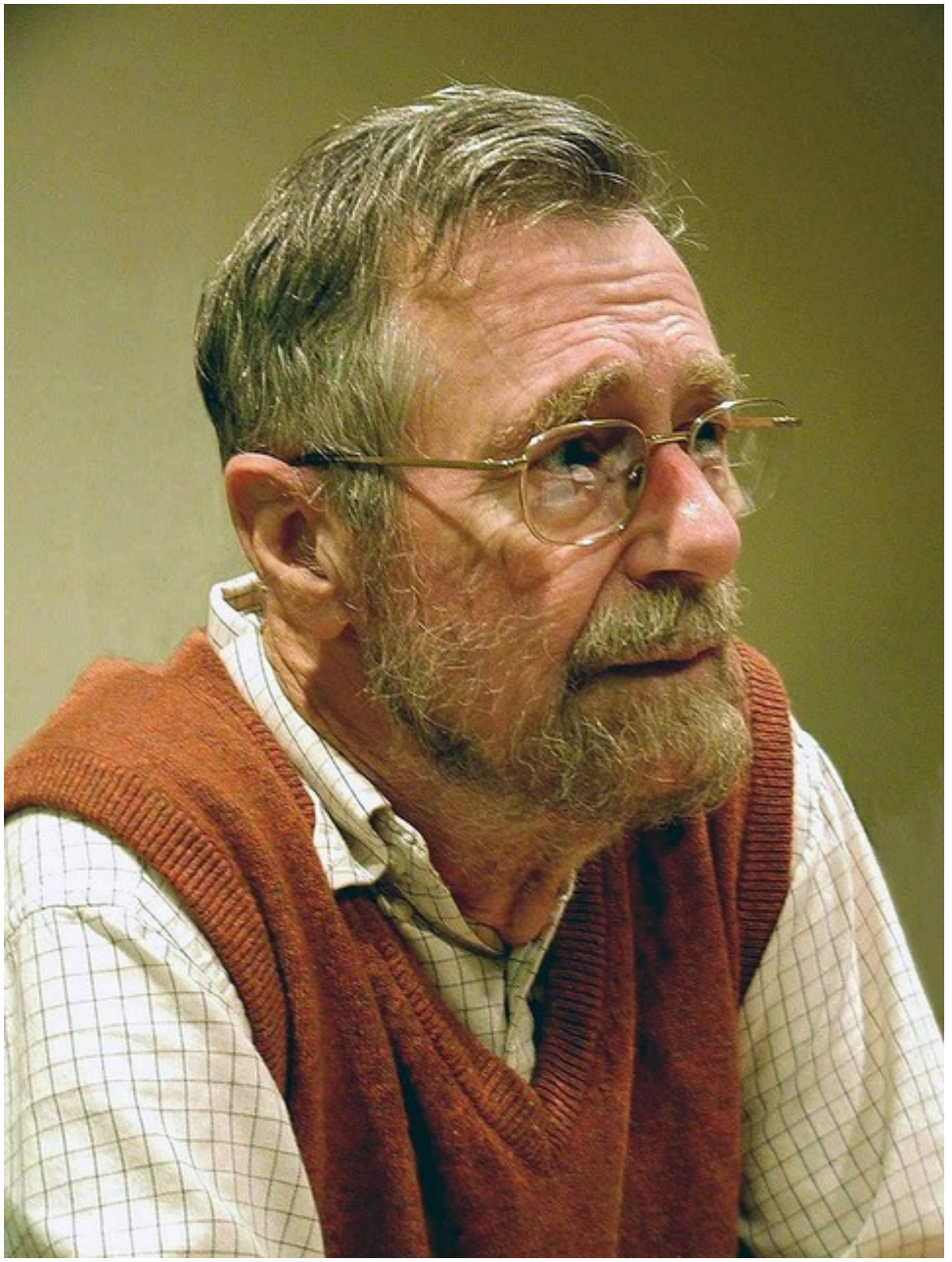


"First actual case of bug being found"

Come verificare che un programma sia corretto?

- Mediante test (collaudo)
  - Si preparano dei casi di test
  - Per ognuno di essi, si verifica che il programma fornisca il risultato atteso
- Mediante dimostrazioni di correttezza
  - Si dimostra formalmente (matematicamente) che il programma calcola il risultato corretto

“*Il testing verifica la presenza di errori, non la loro assenza*”



Edsger W. Dijkstra (1930–2002)

Dimostrazioni di correttezza

- Dimostrare che un dato frammento di codice calcola il risultato atteso
- Come? Specificando dopo ogni istruzione quali proprietà valgono in quel punto (asserzioni)
  - cioè di quali proprietà godono i valori delle variabili in quel punto
- Una asserzione è una espressione logica che deve essere sempre vera in quel punto
  - si possono usare gli operatori logici *and*, *or*, *not* ...

Esempio

- Due variabili *x*, *y* di tipo numerico
  - Es., int, float, double...
- Supponiamo che all'inizio si abbia $x = x_0$, $y = y_0$
- Cosa possiamo dire dei valori di *x* e *y* alla fine?

```
/* x = x0 ∧ y = y0 */
x = x - y;

y = x + y;

x = y - x;
```

Esempio

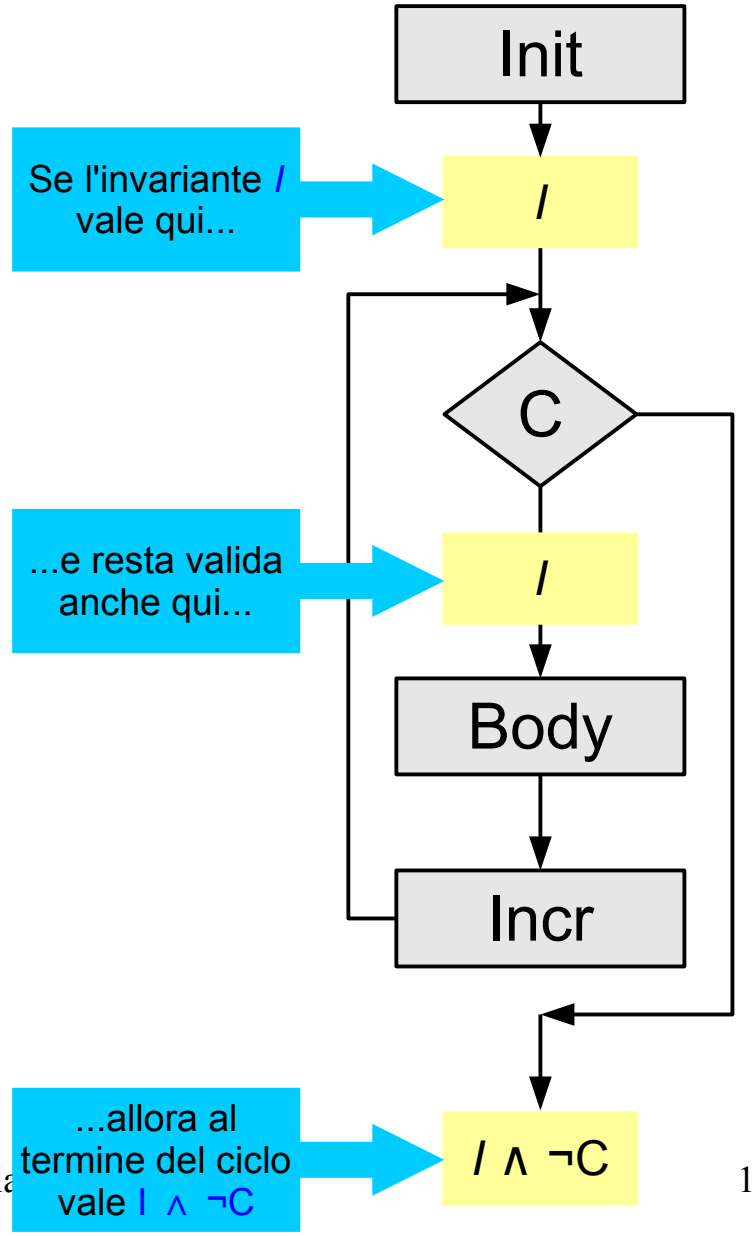
- Due variabili *x*, *y* di tipo numerico
  - Es., int, float, double...
- Supponiamo che all'inizio si abbia $x = x_0$, $y = y_0$
- Cosa possiamo dire dei valori di *x* e *y* alla fine?

```
/* x = x0 ∧ y = y0 */
x = x - y;
/* x = x0 – y0 ∧ y = y0 */
y = x + y;
/* x = x0 – y0 ∧ y = x0 */
x = y - x;
/* x = y0 ∧ y = x0 */
```

Invariante di ciclo

```
for (init; C; incr) {
    Body
}
```

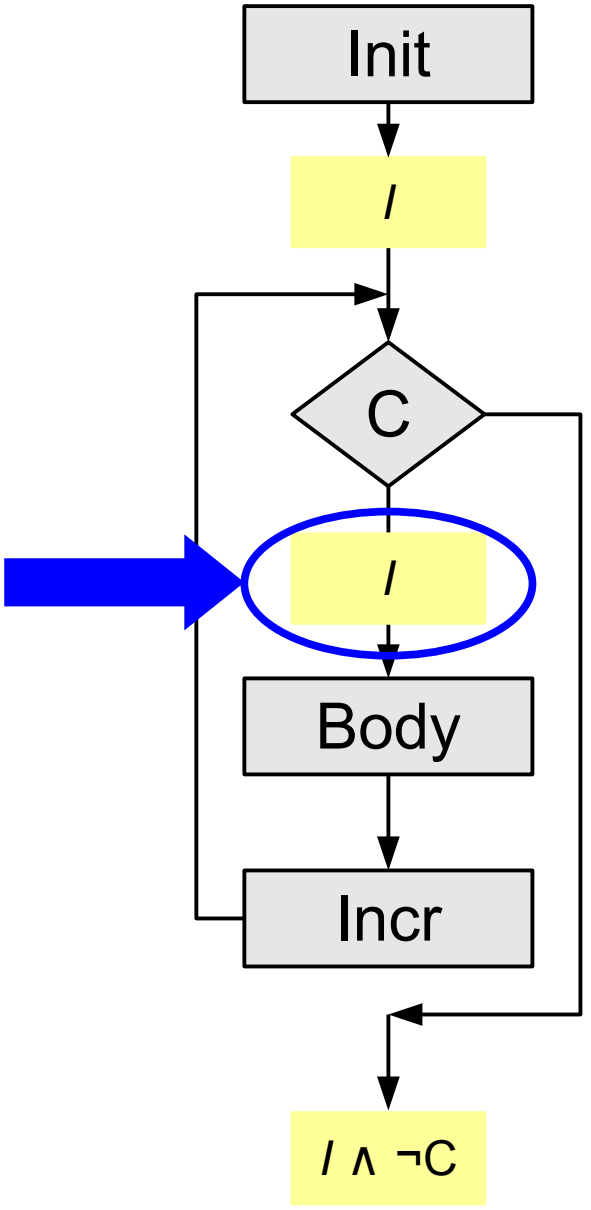
- Serve a dimostrare la correttezza di un ciclo
- Proprietà dell'invariante *I*
  - Deve valere prima del ciclo
  - Se è vera all'inizio di una iterazione, deve rimanere vera all'inizio dell'iterazione successiva
  - Al termine del ciclo fornisce informazioni utili su ciò che il ciclo ha calcolato



Invariante di ciclo

```
for (init; C; incr) {
    Body
}
```

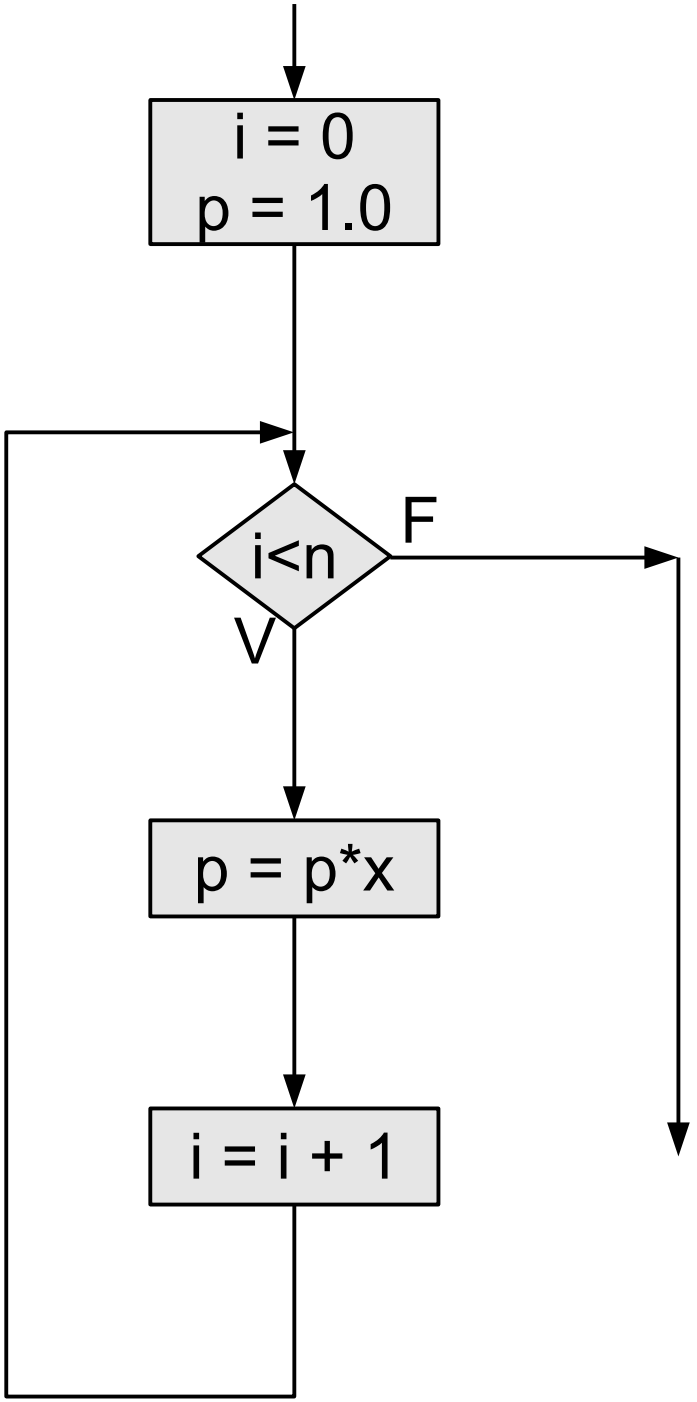
- Possono esistere più invarianti
- Ma di solito solo una funziona per dimostrare la correttezza
- Per trovarla suggerisco di chiedersi: *che proprietà deve valere all'inizio di ogni iterazione*?
  - Attenzione ai casi particolari: per essere una invariante, la proprietà deve valere anche se il ciclo non viene mai eseguito



Es.: elevamento a potenza

- Dato x e un intero $n \geq 0$, calcolare x^n

```
/* precondizione: n≥0 */
int n = …;
int i;
double x = … , p = 1.0;
for (i=0; i < n; i++) {
    p = p * x;
}
```



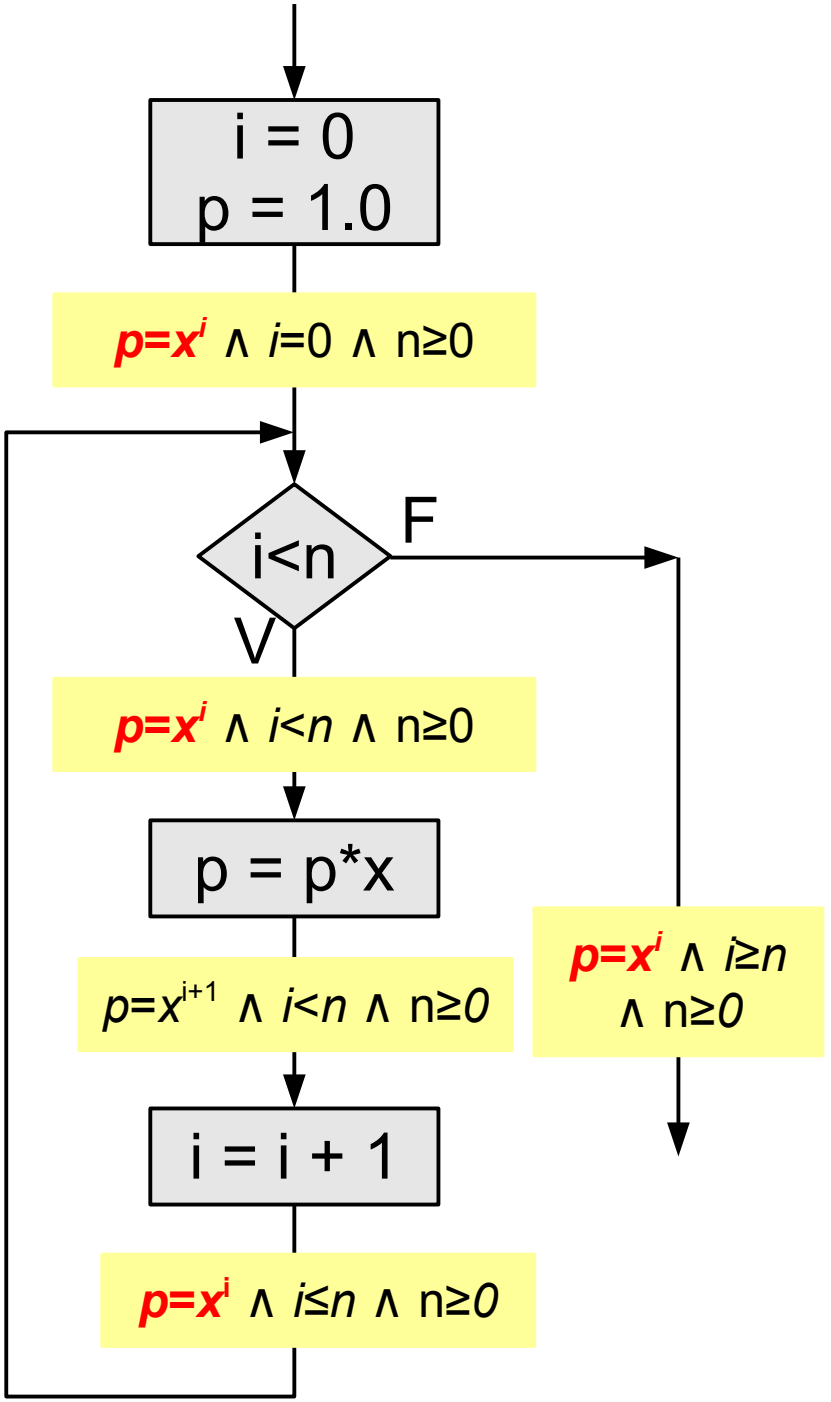
Es.: elevamento a potenza

- Dato x e un intero $n \geq 0$, calcolare x^n

```
/* precondizione: n≥0 */
int n = …;
int i;
double x = … , p = 1.0;
for (i=0; i < n; i++) {
    p = p * x;
}
```

Invariante: ($p = x^i$)

*Questa invariante è **troppo debole** perché non permette di dimostrare $p = x^n$*

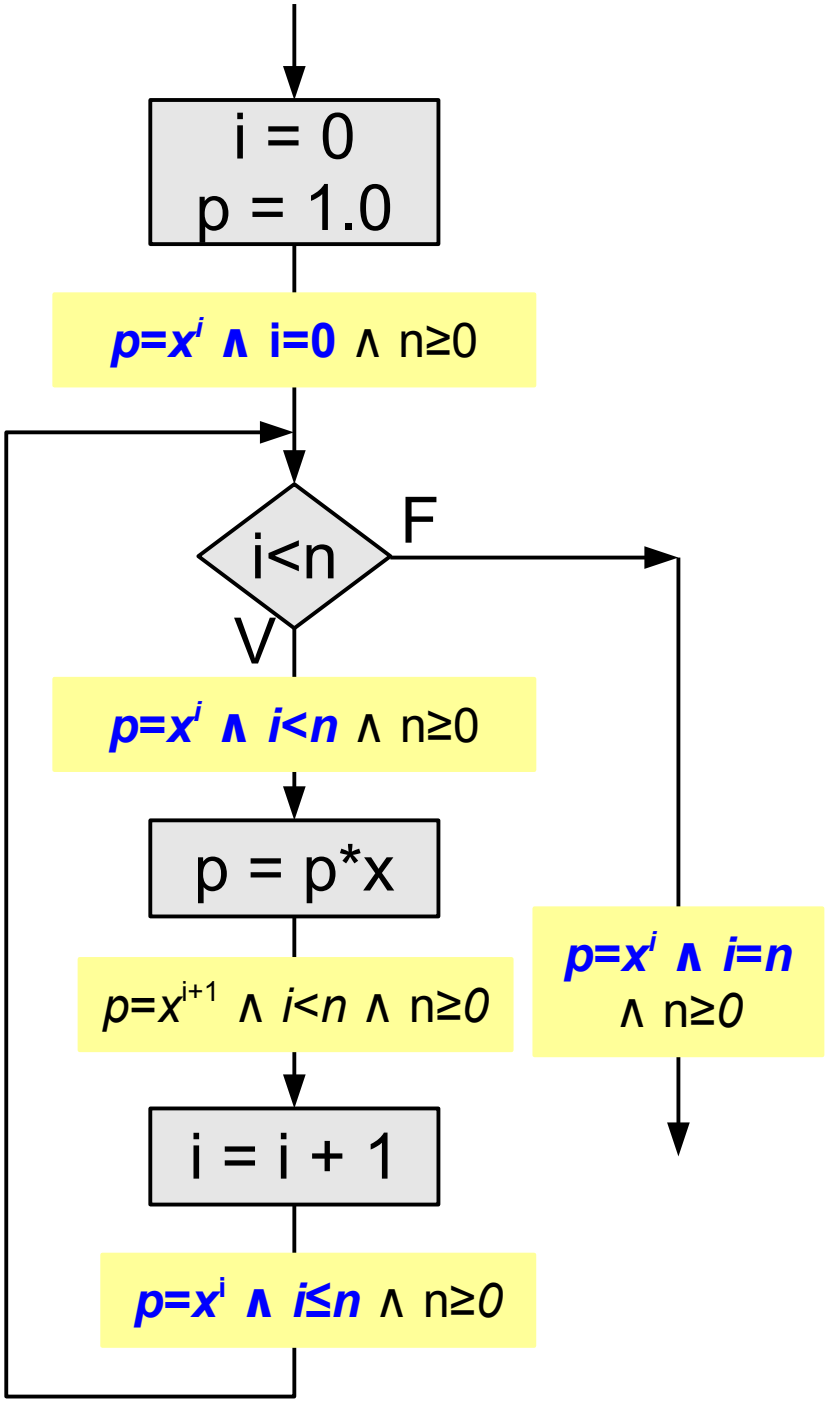


Es.: elevamento a potenza

- Dato x e un intero $n \geq 0$, calcolare x^n

```
/* precondizione: n≥0 */
int n = …;
int i;
double x = … , p = 1.0;
for (i=0; i < n; i++) {
    p = p * x;
}
```

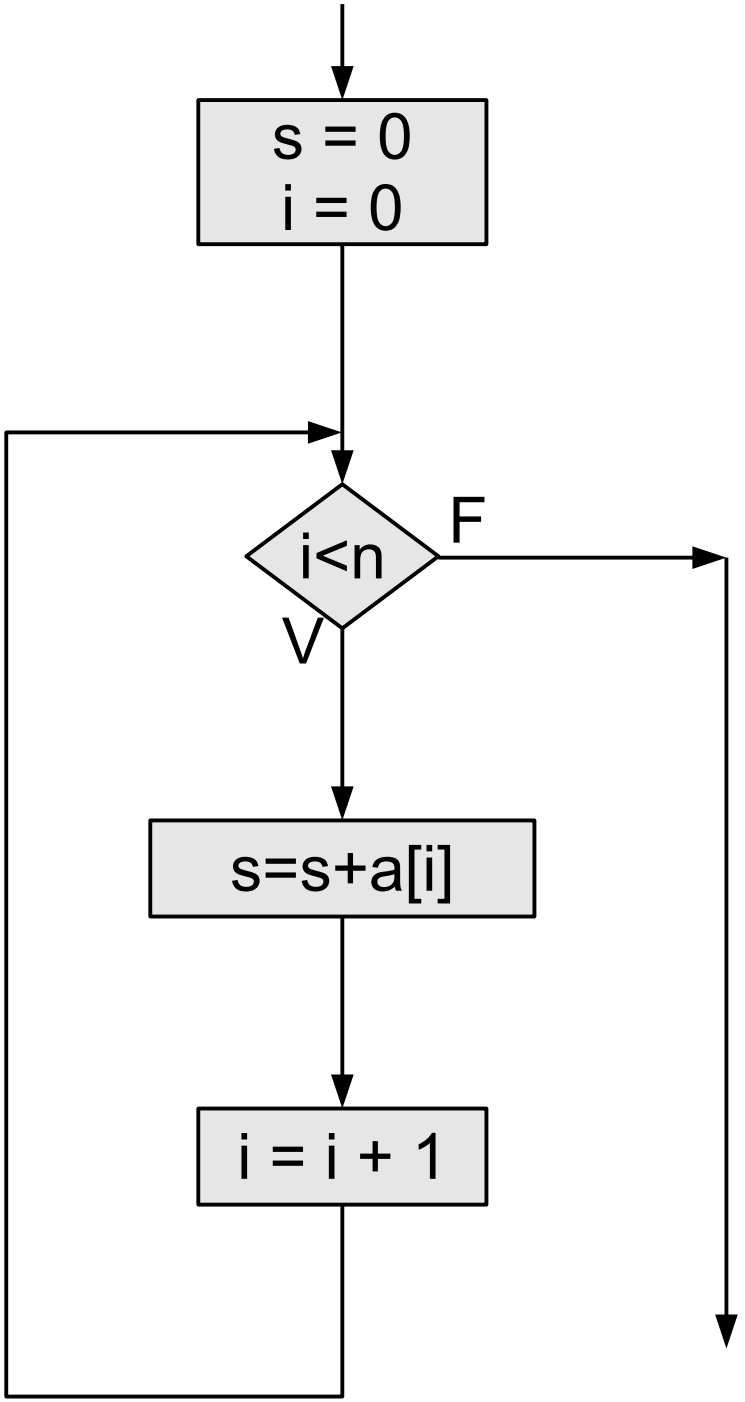
Invariante: ($p = x^i \wedge i \leq n$)



Es.: somma di un array

- Calcolare la somma degli elementi di un array
  - L'array vuoto ha somma 0

```
/* precondizione: n≥0 */
int i, s=0;
for (i=0; i<n; i++) {
    s = s + a[i];
}
```

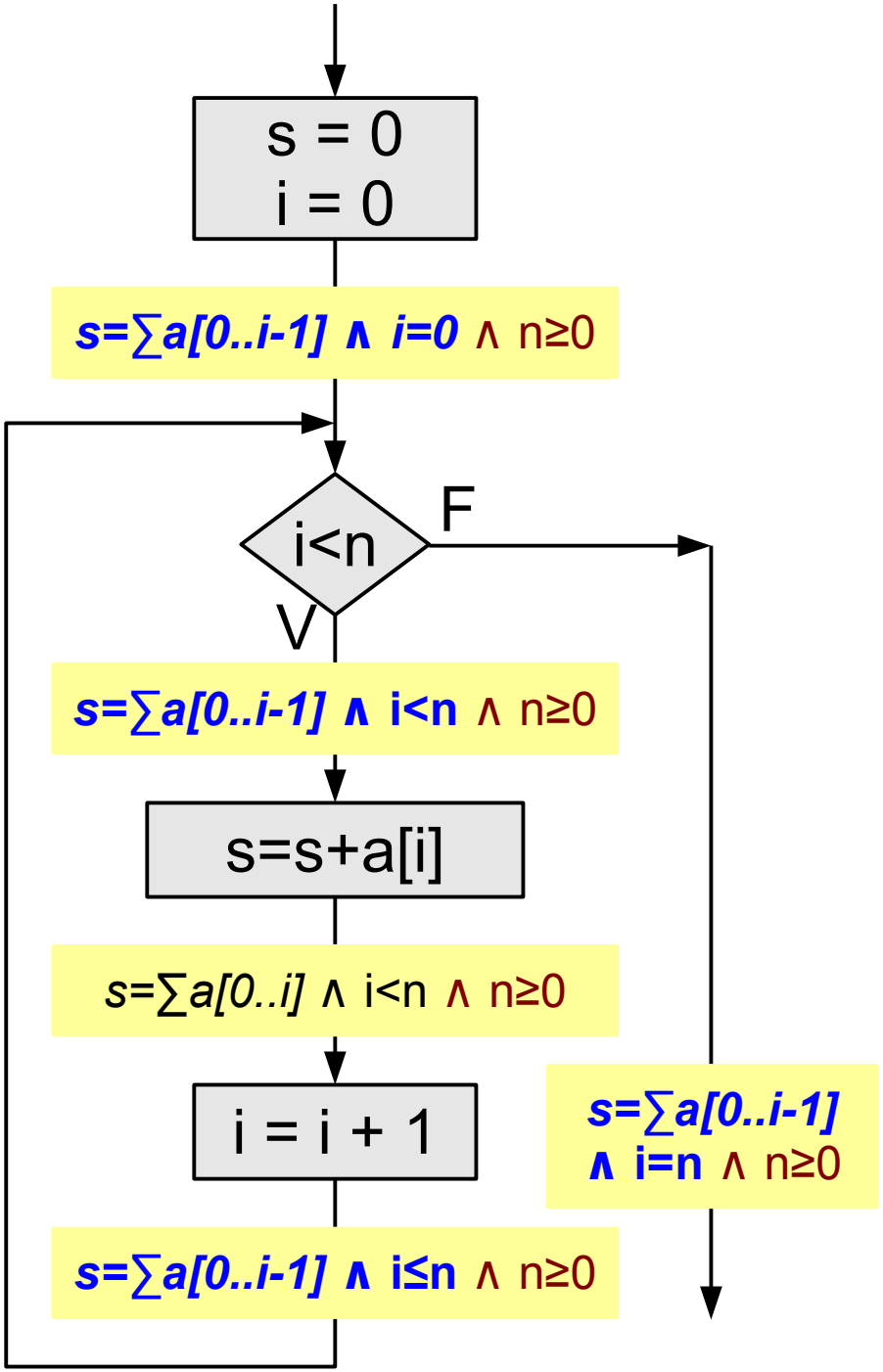


Es.: somma di un array

- Calcolare la somma degli elementi di un array
  - L'array vuoto ha somma 0

```
/* precondizione: n≥0 */
int i, s=0;
for (i=0; i<n; i++) {
    s = s + a[i];
}
```

Invariante: ($s = \Sigma a[0..i\text{-}1] \ \wedge \ i \leq n$)



Osservazioni conclusive

- L'uso di asserzioni e invarianti è uno strumento potente per dimostrare la correttezza dei programmi
- Ha però degli svantaggi:
  - Non può essere applicato sempre (certe proprietà sono indimostrabili)
  - Anche su programmi semplici, le dimostrazioni possono diventare molto laboriose
- Come alternativa si ricorre al testing, che a sua volta ha delle limitazioni:
  - Tranne in casi banali, è impossibile definire un insieme di test esaustivi
  - Quindi non dimostra l'assenza di errori, ma solo la loro presenza